Recibido: marzo, 2017 / Aceptado: abril, 2017

Orientaciones metodológicas para la estructuración y dosificación del contenido a partir de la determinación de invariantes de conocimiento

Methodological guidelines for the structuring and dosing of the content from the detrimination of invariers of knowledge

Dra. Graciela Nápoles-Quiñones

graciela.napoles@uo.edu.cu

Dr. Juan enrique García-la Rosa

juaneg@uo.edu.cu

Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba

Resumen

Como es conocido, la formación matemática es base y parte esencial en la formación del ingeniero, siendo uno de sus objetivos esenciales el aprendizaje por parte de los estudiantes de un sistema de conocimientos que se estructure y organice de forma lógica y sistémica. Que se refleje, asimismo, en la tipología de clases que se dosifican en un sistema de clases o en un tema de una asignatura, que favorezca elevar el nivel de protagonismo de los estudiantes en la búsqueda, descubrimiento, construcción y gestión de los conocimientos.

Palabras clave: formación matemática, sistema de conocimientos, enseñanza-aprendizaje, invariantes del conocimiento, estudiante.

Abstract

As it is known, mathematical training is the basis and essential part of the engineer's training, one of its essential objectives being the students' learning of a system of knowledge that is structured and organized in a logical and systemic way, reflected in the typology of classes that are dosed in a system of classes or in a subject of a subject, which favors raising the level of protagonist of students in the search, discovery, construction and management of knowledge.

Keywords: mathematical training, knowledge system, teaching - learning, knowledge invariants, student.

Introducción

En esta dirección el profesor Julio Díaz Jatuf plantea que

> (…) hoy se reconoce la necesidad de una didáctica centrada en el sujeto que aprende, lo cual exige enfocar la enseñanza como un proceso de orientación del aprendizaje, donde se creen las condiciones para que los estudiantes no solo se

> apropien de los conocimientos, sino que desarrollen habilidades, formen valores y adquieran estrategias que les permitan actuar de forma independiente, comprometida y creadora, para resolver los problemas a los que deberá enfrentarse en su futuro personal y profesional (…)

lo que desde nuestro punto de vista se logra en un gran por ciento a través de las clases que se dosifican en la educación superior, en las que las estrategias de enseñanza del profesor deberán estar dirigidas hacia el logro de la independencia cognoscitiva de los estudiantes. En dichas estrategias, la tendencia fundamental deberá ser el tránsito de una enseñanza donde el papel se centra en el docente, trasmisor activo de conocimientos, y el estudiante como receptor pasivo, hacia una enseñanza donde las estrategias de enseñanza del docente, como orientador del aprendizaje, favorezcan que el estudiante sea sujeto de su propio aprendizaje, como receptor activo y protagonista en la asimilación del contenido.

Fundamentación teórica

En investigaciones realizadas por diferentes didactas de la Matemática se reconocen regularidades en el proceso de enseñanza – aprendizaje de esta en las carreras de ingeniería en las universidades cubanas, que también se manifiestan en el quehacer de los profesores del departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Oriente. Algunas de estas regularidades las refiere el profesor de la Universidad de Holguín, Miguel Escalona Reyes, a saber:

- Diversidad de formas y vías en que se organiza y lleva a cabo el proceso, donde la mayoría imita patrones de conducta que han asimilado de sus anteriores profesores.
- Tendencia a la enseñanza por transmisión-recepción de contenidos, pues la clase de Matemática está concebida como una actividad encaminada a la transmisión de conocimientos, por parte de un sujeto activo (el docente) y la recepción de los mismos por un sujeto pasivo (el alumno). En general, los alumnos, en lugar de estar atentos a los razonamientos y participar en clases, se limitan a tomar apuntes que después tratan de memorizar al estudiar para sus exámenes.

- No siempre está esclarecido cuál es el papel de la Matemática y cuáles son sus funciones formativas en correspondencia con el modelo del profesional, por eso muchos estudiantes tienen falta de motivación por las asignaturas de la disciplina, pues las consideran muy complejas, abstractas y desvinculadas de su futura actividad laboral.
- El estilo de exposición en las clases por los profesores de Matemática está determinado por la elaboración de los fundamentos lógicos de esta ciencia. El desarrollo de las mismas, usualmente, se inicia a través de una definición del contenido, carente de significado para los alumnos y completamente alejado de sus vivencias; posteriormente se establecen las operaciones.
- Insuficiencias en el trabajo metodológico de los profesores, lo que limita el análisis de los contenidos o asignaturas dentro de esta disciplina.

A estas regularidades, a partir de los resultados de los controles a clases realizados a los docentes de nuestro departamento, de las visitas de inspección, de los estados de opinión de docentes y estudiantes de las carreras de ingeniería, de los resultados del trabajo metodológico del departamento y de los colectivos de asignaturas se le deben añadir las siguientes:

- En la estructuración y dosificación de los conocimientos prevalecen generalmente las conferencias y clases prácticas, siendo mínima la consideración de seminarios y no se emplean talleres.
- Existe una tendencia a trasmitir la generalidad de los contenidos a través de conferencias, lo que trae como consecuencia que los estudiantes no profundicen y generalicen, con toda la riqueza que se merecen, los métodos, procedimientos, técnicas y estrategias de trabajo para resolver ejercicios, problemas y tareas de aprendizaje.
- En los colectivos de asignaturas no se analiza, discute y aprueba la estructuración y dosificación del contenido, empleando criterios científicamente fundamentados que contribuyan, a través de las tipologías de clases de la Educación Superior, a favorecer el papel protagónico de los estudiantes como sujetos de su propio aprendizaje.

- El estilo de exposición en las clases de Matemática está determinado por la forma en que se presentan los fundamentos lógicos de esta ciencia en los textos, sin que se observe un tratamiento didáctico a los contenidos, que facilite el aprendizaje.
- Se manifiesta una tendencia a la enseñanza por transmisión - recepción de contenidos, pues la clase de Matemática está concebida como una actividad encaminada a la transmisión de conocimientos por parte del sujeto activo (docente) y a la recepción de los mismos por el sujeto pasivo (estudiante).
- Prevalece la tendencia de convertir los pocos seminarios que se dosifican en clases de resolución de ejercicios y problemas que se asignan a los estudiantes con anterioridad y no se aprovechan los mismos como espacios de análisis, discusión, reflexión, exposición de conocimientos teóricos y de métodos, procedimientos, técnicas y estrategias de trabajo para resolver ejercicios, problemas y tareas de aprendizaje, en general.
- En los colectivos de asignaturas no se analiza, discute y aprueba la estructuración y dosificación lógica del sistema de conocimientos sobre criterios científicamente fundamentados para que, a través de las tipologías de clases de la educación superior, se contribuya y favorezca el papel protagónico de los estudiantes como sujetos de su propio aprendizaje.

Todas las regularidades expuestas anteriormente conducen a la existencia de un **problema conceptual metodológico** desde la estructuración y dosificación de los sistemas de conocimientos teniendo en cuenta:

¿Sobre qué bases científicas de la Didáctica de la Educación Superior, en general, y de la Didáctica de la Matemática Superior, en particular, los colectivos de asignaturas de la disciplina Matemática para las carreras de ingeniería, deben estructurar y dosificar el sistema de conocimientos de un sistema de clases o un tema de una asignatura, que favorezca el papel protagónico de los estudiantes como sujetos de su propio aprendizaje?

Por lo que el **objetivo** fundamental de esta investigación es instruir a los docentes del departamento en algunos aspectos teóricos y metodológicos de la Didáctica de la Educación Superior, en general, y de la Didáctica de la Matemática Superior, en particular, para la organización y dosificación del sistema de conocimientos de un sistema de clases o un tema de una asignatura, que favorezca el papel protagónico de los estudiantes como sujetos de su propio aprendizaje.

Métodos o metodología

Referentes teóricos esenciales a tener en cuenta en el desarrollo de la actividad

La enseñanza de la Matemática debe contribuir a que el estudiante se desarrolle con una visión del mundo, que le favorezca la formación del pensamiento productivo, creador y científico. El propio contenido de la Matemática como disciplina de estudio, los principios de su estructuración, la metodología de introducción de nuevos conceptos, definiciones, teoremas y procedimientos, llamados componentes de la Matemática, son elementos que pueden y deben influir positivamente en este sentido.

Para esta clase metodológica instructiva prestaremos especial atención a los conceptos y a determinados aspectos teóricos en relación con estos.

Concepto: Forma de pensamiento abstracto que refleja los indicios sustanciales de una clase de objetos homogéneos o de un objeto (Guétmanova, A. y otros 1991).

Son sustanciales los indicios que tomados por separado, son imprescindibles y todos juntos son suficientes para distinguir el concepto dado de los demás.

En cada concepto se pueden distinguir el contenido y la extensión.

Por contenido del concepto se entiende el conjunto de propiedades esenciales que determinan el mismo y extensión al conjunto de objetos que poseen esas propiedades esenciales.

Entre dos conceptos existe una relación de subordinación cuando entre los contenidos y las extensiones de tales conceptos existe la siguiente dependencia: los caracteres esenciales del primer concepto constituyen sólo una parte de los caracteres esenciales del segundo, el cual posee además de dichos caracteres algunos otros; la extensión del segundo concepto, en cambio cae por completo dentro del campo del primero como parte del mismo. Al concepto de mayor extensión se le llama subordinante (concepto superior) y el de extensión menor subordinado (subconcepto) (Gorski D; Tavants P.).

Según los didactas Antonio Mazón Ávila y Juan Pérez Rojas para organizar el aprendizaje de una asignatura es necesario seleccionar los conceptos que constituyen invariantes del conocimiento de la misma.

Estos autores definen *las invariantes del conocimiento* como "…aquellos conceptos más generales y esenciales que resultan fundamentales para asimilar el contenido de una asignatura. A partir de ellos los alumnos pueden deducir todo un conjunto de conceptos derivados que no deben ser explicados para que independientemente los desarrollen".

A criterio de estos autores esta forma de estructuración para los temas de una asignatura permite:

- Establecer relaciones más amplias.
- Conocimiento integral del objeto.
- Mayor solidez en los conocimientos asimilados.
- Facilita la relación entre concepto subordinado y subordinante.
- Facilita la recuperación de concepto.

A partir de los elementos propuestos estos autores elaboraron una estrategia didáctica que puede contribuir a la formación matemática de los estudiantes de las carreras de ciencias técnicas, la cual consiste en:

1. Determinar los conceptos que constituyen invariantes del conocimiento de cada tema y de la asignatura.
2. En conferencias, plantear problemas relacionados con la carrera, cuya solución requiera del aprendizaje del concepto que resulta invariante. Esto garantiza que el contenido del concepto tenga un valor para el estudiante, de esta manera participa de forma consciente en su aprendizaje.
3. Resolver problemas donde se potencie la formación del pensamiento lógico y el pensamiento divergente, a través de los procedimientos lógicos, asumidos en el trabajo y los procedimientos heurísticos, tomando como base a los conceptos que resultan invariantes de conocimientos.

4. Seleccionar por temas los teoremas que deben ser demostrados, utilizando las demostraciones directas, indirectas y por contraejemplos.
5. Controlar en evaluaciones frecuentes, parciales y finales, la aplicación de conceptos que resultan invariantes de los temas y de la asignatura a la resolución de problemas.

El investigador Juan Raúl Delgado Rubí define *la invariante del conocimiento*

> (…) a un concepto de orden superior respecto a una relativa amplia gama de conceptos subordinados que pudieran considerarse como casos particulares suyos, en el marco de un sistema estructural-funcional de contenidos, en tanto él representa una estructura estable (dentro de los límites del sistema), cuyas componentes al variar, permiten la deducción de dichos conceptos subordinados.

A consideración de este autor, todo investigador que escoja el tipo estructural-funcional para estructurar el contenido de un programa de estudio, debe ceñirse a las siguientes exigencias:

- Revelar *el invariante* (concepto formador del sistema).
- Destacar *lo invariante*, su estructura, la cual permanecerá inamovible ante cualquier transformación dentro del sistema.
- Destacar *lo variable*, aquellas características o elementos componentes susceptibles de ser variados, lo que permite su funcionamiento en el sistema, o sea, los que en virtud de sus combinaciones posibles se pueden deducir las *variantes.*
- Destacar *las variantes*, o sea, los casos o manifestaciones particulares del concepto *invariante.*

Se comparte el criterio de este autor de que "…es importante destacar que la formación del sistema sólo es posible, y esto no queda explícitamente dicho en la literatura, en virtud de que el *invariante*, en tanto estructura funcional, posee componentes susceptibles de variación (lo variable), los que al asumir "valores" dentro de determinado rango, determinan la extensión del sistema".

Dicha extensión quedará determinada en primer lugar por las propias características del *invariante* como concepto y en segundo lugar, por el alcance de los objetivos del programa. Por ello, programas de estudio análogos pudieran tener alcances diferentes y sustentarse como sistemas diferentes a partir del mismo concepto *invariante*.

En la construcción de un sistema de tipo estructural-funcional prima el principio heurístico de reducción, pues el método de estudio fundamental es el deductivo: a partir del invariante se deducen los demás objetos como variantes.

Estos aspectos teóricos tratados por los autores antes mencionados se asumen como referentes teóricos de partida para la propuesta metodológica que se realiza para la estructuración y dosificación del sistema de conocimientos de un sistema de clases o de un tema de una asignatura en esta clase metodológica instructiva.

Caracterización de la asignatura Matemática I de la carrera de Ingeniería Mecánica y del tema tres de esta en el que se va a desarrollar la propuesta

La asignatura Matemática I en la carrera de Ingeniería Mecánica se imparte en el primer año, primer semestre y cuenta con un total de 96 horas clases y tiene como objetivos generales:

- Caracterizar e interpretar los conceptos y principales resultados de Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable real.
- Desarrollar la capacidad de razonamiento y las formas de pensamiento lógico mediante la utilización de algunos elementos de la Lógica Matemática en la comprensión de propiedades y teoremas, en el trabajo con los principales conceptos del Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable real, la identificación e interpretación de los mismos, la argumentación lógica de las propiedades de las funciones y la demostración de resultados teóricos sencillos.
- Establecer una base conceptual sólida, integrada y generalizada, a partir de un aprendizaje basado en la búsqueda consciente, significativa y con sentido personal de los conceptos fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable real, para lo cual deben ser diseñadas cada una de las actividades docentes planificadas con este fin.
- Resolver problemas que se modelen por los conceptos estudiados, utilizando los recursos matemáticos y los métodos del Cálculo Diferencial e Integral de las funciones de una variable real, las estrategias heurísticas, las estrategias metacognitivas y los asistentes matemáticos, a partir de escoger en cada caso el

método que se ajusta al problema, en dependencia de los datos disponibles, la respuesta que se desea hallar y los medios con que se cuente para la resolución.

- Analizar el comportamiento de las funciones, utilizando los teoremas y los métodos estudiados en el Cálculo Diferencia e Integral de las funciones de una variable real, así como los Asistentes Matemáticos.
- Desarrollar la capacidad de crear algoritmos sencillos con el uso apropiado de los Asistentes Matemáticos.

Presentación de la propuesta metodológica para la estructuración y dosificación del sistema de conocimientos del tema tres en la asignatura seleccionada

Del análisis de varias literaturas de Análisis Matemático, el tratamiento a estos conceptos, generalmente se realiza según la siguiente vía: se parte de la definición de antiderivada o función primitiva, seguidamente se define el concepto de integral indefinida y se establece una relación entre estos dos conceptos; luego es que se introduce la definición de integral definida, a partir de los dos conceptos anteriores y, por último se define el concepto de integral impropia (esta vía es la que se propone según el sistema de conocimientos del tema tres de la asignatura).

Como se puede observar, en esta vía se hace explícita la relación de subordinación entre los conceptos, lo que favorece en toda su magnitud la aplicación de los referentes teóricos asumidos y que resulta fundamental para asimilar el contenido del tema, ya que a partir del concepto de antiderivada o primitiva de una función los estudiantes pueden ser orientados por el docente en la búsqueda, deducción de los otros conceptos, de forma tal que sean protagonistas de su propio aprendizaje.

Se revela, entonces como *el invariante*, o sea como el concepto formador del sistema el de *antiderivada o función primitiva*.

Analicemos las definiciones de estos conceptos para destacar *lo invariante y lo variable* entre ellos.

Función primitiva: Llámese función primitiva de una función dada $f(x)$ en un intervalo dado, a una función $F(x)$ cuya derivada es igual a $f(x)$ o cuya diferencial es igual a $f(x)dx$ en el intervalo considerado, es decir, $F'(x) = f(x)$ o $dF(x) = f(x)dx$.

Integral indefinida: Llámese integral indefinida de la función $f(x)$ o de la expresión diferencial $f(x)dx$, y se denota con el símbolo $\int f(x)dx$, la expresión general de todas las primitivas de la función continua $f(x)$, es decir, si $F(x)+C$ son todas las primitivas de la función continua $f(x)$, entonces, $\int f(x)dx = F(x)+C$.

Integral definida: Sean $f(x)$ una función continua en un segmento dado $[a,b]$, donde $a<b$ o $a>b$ y $F(x)$ es una función primitiva de $f(x)$, es decir, $F'(x)=f(x)$ o $dF(x)=f(x)dx$ para $x\in[a,b]$. Por integral definida $\int_a^b f(x)dx$ de una función dada $f(x)$ continua en un segmento dado $[a,b]$ se entiende el incremento correspondiente de la primitiva de esta función, es decir, $\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$ (fórmula de Newton – Leibniz).

En esta definición se debe hacer énfasis que:

1) El intervalo de integración $[a,b]$ es finito y

La función subintegral $f(x)$ está definida y es continua en el segmento $[a,b]$.

Se debe aclarar que a estas integrales también se les denominan integrales definidas propias, pero que, generalmente, la palabra “propia” se omite.

Integral impropia: Se denomina integral impropia o integral definida impropia a la integral definida de una función $f(x)$ que está definida sobre un intervalo infinito o que tiene discontinuidad infinita en un intervalo dado $[a,b]$.

Luego, se definen las integrales impropias de tipo 1 (intervalos infinitos) y las del tipo 2 (integrandos discontinuos), que se reducen al cálculo del límite de una integral definida.

A través del siguiente esquema ilustraremos lo invariante y lo variable en estos conceptos:

Concepto invariante (subordinante)

Primitiva de una función $f(x)$

Lo invariante

$F'(x) = f(x)$ *o* $dF(x) = f(x)dx$

en un intervalo considerado

Lo variable

1) *El intervalo considerado*
2) *Características de la función en el intervalo considerado*
3) *Relación del concepto subordinante con el subordinado*

Primer concepto subordinado

Integral indefinida

1) *Está lo invariante*

De lo variable se considera:

2) *No hacer precisiones respecto al intervalo considerado*
3) *Precisar como una característica esencial de la función en el intervalo considerado que esta sea continua en el mismo*
4) *Precisar cómo relación entre este concepto subordinado y el subordinante:*

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Segundo concepto subordinado

Integral definida

1) *Está lo invariante*

De lo variable se considera:

2) *Precisar el intervalo considerado como un segmento*
3) *Precisar como una característica esencial de la función en el intervalo considerado que esta sea continua en el mismo*
4) *Precisar cómo relación entre este concepto subordinado y el subordinante:* $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

Tercer concepto subordinado

Integral impropia

1) *Está lo invariante*

De lo variable se considera:

2) *Precisar que el intervalo considerado es infinito (integral impropia de tipo 1) o*
3) *Precisar como una característica esencial de la función en el intervalo considerado es que tenga discontinuidad infinita (integral impropia de tipo 2)*
4) *Precisar cómo relación entre este concepto subordinado y el subordinante:*

$\int_a^{\infty} f(x)\,dx = \lim_{t\to\infty} \int_a^t f(x)\,dx$ *para* $t \geq a$ *o* $\int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx = \lim_{t\to-\infty} \int_t^b f(x)\,dx$ *para* $t \leq b$ *o*

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx + \int_a^{\infty} f(x)\,dx$ *para cuando* $\int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx$ *y* $\int_a^{\infty} f(x)\,dx$ *son convergentes (integrales impropias del tipo 1)*

$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{t\to b^-} \int_a^t f(x)\,dx$ *para cuando* $f(x)$ *es continua en* $[a, b[$ *y discontinua en b.*

$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{t\to a^+} \int_t^b f(x)\,dx$ *para cuando* $f(x)$ *es continua en* $]a, b]$ *y discontinua en a.*

$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$ *si* $f(x)$ *tiene una discontinuidad en c,* $a < c < b$ *y son convergentes tanto* $\int_a^c f(x)\,dx$ *como* $\int_c^b f(x)\,dx$

A partir de la comprensión del esquema anterior el colectivo de asignatura y el docente puede estructurar y dosificar el sistema de conocimientos de este tema, prestando atención especial, en una primera conferencia, al tratamiento del concepto *primitiva de una función* como el concepto invariante, en la que debe dejar claro a los estudiantes lo invariante y lo variable en el mismo para luego planificar otras conferencias, seminarios y talleres en los que los estudiantes sean capaces de explicar, comprender, interpretar, ejemplificar los restantes conceptos subordinados.

Teniendo en cuenta lo anterior nuestra propuesta metodológica consiste en:

1. Planificar y desarrollar una conferencia inicial en la que se explique teóricamente a los estudiantes la definición del concepto *primitiva de una función* como el concepto invariante, así como los aspectos invariantes y variables que sienten las bases teóricas para el desarrollo por ellos mismos de algunos de los conceptos subordinados, a partir del planteamiento de problemas relacionados con la carrera o con la vida práctica (en el caso que sea posible) o con la propia Matemática, en cuyas soluciones se requiera del aprendizaje del concepto que resulta invariante.
2. Planificar y desarrollar un mínimo de conferencias para aquellos conceptos subordinados que resulten de un nivel de abstracción profundo para el estudiante o que le vaya a presentar dificultad su comprensión, en las cuales se revele su relación con el concepto invariante y se explique cómo a partir de las características invariantes y variables estos se obtienen.
3. Planificar y desarrollar seminarios dirigidos a que los estudiantes por sí mismos expliquen la obtención de las definiciones de aquellos conceptos subordinados y sus interpretaciones en otras ramas del saber, que no sean de un nivel profundo de abstracción o que resulten de fácil comprensión para ellos, a partir del planteamiento de problemas para cuyas soluciones no resulten suficientes los conceptos estudiados en clases anteriores y que con la introducción del nuevo concepto se puedan resolver. También estos se pueden planificar y desarrollar donde se combine las definiciones de conceptos subordinados, que resulten muy

sencillas, así como el análisis, explicación y discusión de procedimientos de resolución de tipos de ejercicios y problemas relacionados con estos.

4. Planificar y desarrollar talleres dirigidos a que los estudiantes expliquen, ilustren y ejemplifiquen los procedimientos relacionados con los conceptos estudiados, de forma tal que se consoliden métodos y estrategias de aprendizaje y sean capaces de algoritmizar o de establecer un orden de ejecución para la resolución de una tipología de ejercicios o problemas. Es un espacio para el aprendizaje individual y en colectivo.
5. Planificar y desarrollar clases prácticas mediante la propuesta de ejercicios y problemas en los que los estudiantes tengan que identificar y aplicar los conceptos estudiados y los procedimientos relacionados con estos.

Como se puede observar en esta propuesta de dosificación, el estudiante es un ente activo en la gestión, búsqueda, comprensión y aplicación de los nuevos conocimientos. El papel de docente es de orientador, guía, controlador, evaluador del aprendizaje de los estudiantes al velar por el desarrollo con toda la calidad requerida del proceso de enseñanza – aprendizaje de los contenidos de la asignatura, quien oportunamente realiza correcciones, precisiones, sugerencias, indicaciones, valoraciones sobre los aspectos teóricos y prácticos del contenido que aprenden.

Modelación de una parte de la conferencia, previstas en la propuesta de dosificación, en las que se ilustren las estrategias de enseñanza que debe utilizar el docente para favorecer el papel protagónico de los estudiantes como sujetos de su propio aprendizaje.

A continuación modelamos partes de la conferencia inicial.

En la conferencia inicial solo ilustraremos cómo se da tratamiento al concepto invariante, de forma tal que el estudiante comprenda los aspectos invariantes y variables, que le permitirá comprender e interpretar de forma independiente los conceptos subordinados a este.

Conferencia: Antiderivada o primitiva de una función de una variable real.

Sumario:

- Definición de antiderivada o primitiva de una función de una variable real.
- Interpretación geométrica de la antiderivada o primitiva de una función real.

- Algunas aplicaciones de la antiderivada o primitiva de una función real.
- Objetivo**:** Analizar la definición de antiderivada o primitiva de una función real como concepto invariante del tema, a partir de sus características invariantes y variables, así como su interpretación geométrica y algunas aplicaciones a contenidos bases de la mecánica.

Método: Explicativo – ilustrativo.

Bibliografía a utilizar

Básica

- Stewart, J. (2011): "Cálculo con trascendentes tempranas". Parte II. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba, páginas 351 – 359.

Complementaria

- Kudriávtsev, V. A., Demidóvich, B. P. (1989): Breve curso de Matemáticas Superiores. Editorial MIR, Moscú.
- Jiménez, M. H. (2009): Análisis Matemático en R. UCP Enrique José Varona. La Habana, Cuba.

Introducción

En esta parte de la conferencia el profesor recuerda a los estudiantes que en el tema anterior se estudió el cálculo diferencial de funciones de una variable real, contenido que resulta básico para el aprendizaje del contenido del tema que se va a estudiar (presenta el tema).

Rememora aspectos esenciales estudiados en el mismo, que son básicos para comprender el contenido de la conferencia, a saber:

- Reglas esenciales de derivación (suma, producto, cociente, regla de la cadena, derivadas de funciones sencillas).
- Interpretación geométrica de la primera derivada de una función en un punto como la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto.

- Interpretación física: $v(t) = s'(t);\ a(t) = v'(t) = s''(t);\ I(t) = Q'(t)$.

Desarrollo

A partir de los elementos asegurados del tema anterior, el profesor plantea a los estudiantes el siguiente problema, relacionado con la parte de la mecánica de la asignatura Física:

Se conoce que la velocidad de un móvil se representa a través de la función de ecuación $v(t) = 2x + 5$; ¿cómo se podrá conocer la ecuación del movimiento $s(t)$ de dicho móvil en cada instante de tiempo t?

Al realizar el análisis del problema con los estudiantes, el profesor precisa que conocemos que $v(t) = s'(t)$ y que, por los datos que se dan, este problema plantea hallar $s(t)$ dado $v(t)$, lo que genera una situación problémica relacionada con solucionar el problema inverso: dada la derivada de una función, ¿cómo determinar la función de la cual fue hallada esta derivada?

Esto permite crear una motivación hacia el contenido de la conferencia y orientar hacia el objetivo de la misma, que debe responder hacia las preguntas:

1. ¿Qué se va a estudiar? (esta se responde planteando lo que se va a estudiar, a través del sumario ya escrito al inicio de la conferencia)
2. ¿Cómo se va a estudiar?
3. ¿Para qué se va estudiar?

Las preguntas 2 y 3 se responden explicando que primeramente se definirá el concepto de antiderivada o de función primitiva de una función de una variable real, de la cual se analizarán sus características esenciales para determinar cuáles elementos se consideran invariables y cuáles variables, que servirán para comprender otros conceptos que se estudiarán en el nuevo tema, así como los procedimientos de cálculo relacionados con este; luego se analizará la interpretación geométrica de la antiderivada y algunas de sus aplicaciones en aspectos de la rama de la mecánica en la asignatura de Física, que permitirán resolver problemas relacionados con estos aspectos y comprender otras aplicaciones que se estudiarán posteriormente en clases sucesivas.

Esto permite que el profesor plantee que como primer aspecto es necesario definir el concepto de antiderivada o primitiva de una función de una variable real.

Definición: Llámese función primitiva de una función dada $f(x)$ en un intervalo dado, a una función $F(x)$ cuya derivada es igual a $f(x)$ o cuya diferencial es igual a $f(x)dx$ en el intervalo considerado, es decir, $F'(x) = f(x)$ o $dF(x) = f(x)dx$.

El profesor pide a los estudiantes analizar esta definición y determinar las características esenciales que aparecen en la misma:

- Se da una función $f(x)$ en un intervalo dado.
- $F'(x) = f(x)$ o $dF(x) = f(x)dx$.

Para propiciar el análisis de lo invariante se realizan las siguientes interrogantes como impulsos de ayuda:

P: ¿Qué característica debe siempre cumplirse para considerar a una función $F(x)$ antiderivada o primitiva de una función $f(x)$ dada?

E: $F'(x) = f(x)$ o $dF(x) = f(x)dx$.

P: ¿Qué precisiones se realizan para la función $f(x)$ y para el intervalo dado?

E: Se dan como características pero no se realizan precisiones al respecto?

P: De los contenidos estudiados en los temas anteriores ¿las características de las funciones pueden ser variables?

E: Expresan que la función puede ser continua o discontinua, creciente o decreciente, acotada, etc.

P: Y, ¿qué características puede tener el intervalo?

E: Plantean que pueden ser abiertos, cerrados y semiabiertos?

Estas preguntas permiten al profesor precisar que la característica invariante en este concepto es $F'(x) = f(x)$ o $dF(x) = f(x)dx$ y que las características que pueden variar son: ¿cómo es la función en el intervalo dado? y ¿cómo es ese intervalo?

Informa entonces que, a partir de este concepto, teniendo en cuenta siempre la característica invariante y haciendo precisiones a las características variables, se derivarán los conceptos de integral indefinida, integral definida e integral impropia que se estudiarán en este tema (de esta forma se continua motivando el estudio de este tema).

Conclusiones

El conocimiento de la invariante del conocimiento, de su determinación y de su tratamiento metodológico favorece la estructuración y dosificación del proceso de enseñanza – aprendizaje de forma tal que se contribuya a elevar el nivel de protagonismo de los estudiantes como sujetos de su propio aprendizaje, donde el rol del profesor sea de orientador, facilitador y controlador del mismo.

Las estrategias de enseñanza que se lleven a cabo por el profesor a partir de la propuesta metodológica realizada deben ser perfeccionadas, alejarse de la enseñanza tradicional y aproximarse a los requerimientos de una enseñanza desarrolladora
A través de la presente investigación se han venido dando numerosas orientaciones que no es necesario reiterar pero deben ser de estricto cumplimiento por todos los profesores del colectivo que imparten la Matemática I, muchas de las cuales también son válidas para la Matemática II, III, IV, Álgebra Lineal y Geometría Analítica y Probabilidades y Estadística.

Un resumen de las orientaciones metodológicas lo podrán revisar a partir de mañana en la carpeta de trabajo metodológico de la disciplina.

La alternativa que se ha propuesto en este trabajo, a través de la cual se materializan en el análisis de los conceptos invariantes y subordinados de un contenido, así como las precisiones metodológicas para su estructuración y dosificación, contribuyen a la preparación metodológica de los profesores de la disciplina.

Referencias bibliográficas

1. Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica, Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.
2. Delgado, J. R. (1999): La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica

del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas. Tesis doctoral.

3. Díaz, J. (2015): Estrategias para la enseñanza de la materia. Revista Iberoamericana de Educación, n. º 56/4 – 15/11/11.
4. Escalona, M. (2015): El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior. Su concreción en las carreras de ingeniería en la Universidad de Holguín. Revista Iberoamericana de Educación, n.º 56/4 – 15/11/11.
5. Jiménez, M. H. (2009): Análisis Matemático en R. UCP Enrique José Varona. La Habana, Cuba.
6. Kudriávtsev, V. A., Demidóvich, B. P. (1989): Breve curso de Matemáticas Superiores. Editorial MIR, Moscú.
7. Mazón, A. (2014): Estrategia didáctica ¿Cómo contribuir a la formación de los alumnos de primer año de las carreras de Ciencias Técnicas? Universidad de Pinar del Río, Cuba Departamento de Matemática.
8. Regalado García, E. (2008) Las invariantes del conocimiento y la habilidad. Importancia en la educación médica y atención primaria. Revista Habanera de Ciencias Médicas, vol. 7, núm. 3, julio-septiembre, UCMH.
9. Ruiz, A. (2000). El desafío de las matemáticas. Heredia, Costa Rica: Editorial de la Universidad Nacional.
10. Stewart, J. (2011): "Cálculo con trascendentes tempranas". Parte II. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.